Und mal wieder: Reliabilität und Stabilität in Panelmodellen

Rudinger, Georg; Rietz, Christian

Und mal wieder: Reliabilität & Stabilität in Panelmodellen

Georg Rudinger[1)] *und Christian Rietz*[2)]

Häufig stehen — gerade im Rahmen sozialwissenschaftlicher Fragestellungen — bei der Analyse von Paneldaten die Facetten Reliabilität und vor allem Stabilität von Messungen über die Zeit im Vordergrund, deren Analyse mit linearen Strukturgleichungsmodellen auf den ersten Blick recht "einfach und überschaubar" scheint.
Betrachtet man jedoch die zu diesen Modellen gehörenden Strukturgleichungen, so wird man feststellen müssen, daß den in der graphischen Abbildung dargestellten "einfachen" Zusammenhängen recht komplexe Gleichungssysteme zugrundeliegen, deren Implikationen oft nicht oder nur schwer erkennbar sind.
Dies kann vor allem dann problematisch sein, wenn durch immer elaboriertere Software (LISREL 8.0; EQS 4.0) Möglichkeiten zu Restriktionen geboten werden, deren Auswirkungen nicht oder kaum mehr nachvollziehbar sind.
Ziel dieses Artikels soll es sein, anhand einiger Beispiele aus dem Bereich der Analyse von Paneldaten aufzuzeigen,

— welche Implikationen die Strukturgleichungen schon bei sehr kleinen und überschaubaren Modellen haben und
— welche Konsequenzen sich aus den Strukturgleichungen in Hinblick auf die Wahl von Restriktionen ergeben.

1. Einleitung

Die Interpretation von Test-Retest-Korrelationen unter dem Gesichtspunkt der Bestimmung der Reliabilität einer Variablen y zwingt den empirisch arbeitenden Forscher auch zu Voranname bezüglich des Prozesses über die Zeit (Stabilität). So kann beispielsweise eine Test-Retest-Korrelation von $r = 0.60$ Indikator für hohe Reliabilität und niedrigere Stabilität bzw. niedrigere Reliabilität und hohe Stabilität sein.
Schon Coleman (1968), Heise (1969) und Wiley/Wiley (1970), die sich diesem Problem aus pfadanalytischem Blickwinkel im Rahmen sogenannter SIMUW-Modelle (SIMUW = single-variable-multiple-waves) zuwendeten, entwickelten Ansätze, mit denen empirische Kovarianzen bzw. Korrelationen in — vereinfa-

chend dargestellt — Anteile von Stabilität über die Zeit und Anteile von Reliabilität "dekomponierbar" waren (vgl. ebenfalls Blalock 1971; Bielby/Hauser 1977: 147-148; Wheaton/Muthen/Alwin/Summers 1978). Jagodzinski/Kühnel (1987) demonstrierten diese Dekomposition im Rahmen der Diskussion der Reliabilität von ALLBUS-Daten. Im folgenden sollen die Ansätze von Heise (1969) und Wiley/Wiley (1970), deren Relevanz für die Panelforschung bis zum heutigen Zeitpunkt unumstritten ist — auch wenn sich scheinbar einige Mißverständnisse um diese Ansätze ranken —, vergleichend dargestellt, kritisch diskutiert und überprüft, sowie erweitert werden. Methodisch soll dies über den Strukturgleichungsmodellansatz (vgl. Andres 1990; Bielby/Hauser 1977; Jöreskog/Sörbom, 1988) geschehen.
Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Darstellung eines **allgemeinen** SIMUW-Modells zur Analyse von Paneldaten, das eine "Kontrolle" von Reliabilität und Stabilität ermöglicht. In diesem Rahmen wird auf der "technischen Seite" die Modellierung nichtlinearer Restriktionen zur Lösung nichtlinearer Gleichungen in Strukturgleichungsmodellen entwickelt und dargestellt (siehe auch Rudinger/Andres/Rietz 1986; Green/Palmquist 1991).[3)]

2. Stabilität und Reliabilität

Voraussetzung zur Bestimmung der Reliabilität ist die aus der klassischen Testtheorie (vgl. z.B. Lord/Novick, 1968) bekannte Annahme, daß eine beobachtbare Variable y additiv aus einem "wahren Wert" (η) und einem Meßfehler (ϵ) zusammengesetzt ist:

$$(1) \qquad y = \eta + \epsilon.$$

Für die Varianz der beobachtbaren Variablen y gilt sodann

$$(2) \qquad Var(y) = Var(\eta) + Var(\epsilon),$$

wobei von der Voraussetzung ausgegangen wird, daß es keine Kovarianz zwischen η und ϵ gibt ($Cov(\eta,\epsilon)$=0). Als Reliabilität (rel) einer Variablen y wird die quadrierte Korrelation $r^2_{\eta,y}$ bezeichnet. Eine äquivalente Darstellung der Reliabilität als Funktion der Varianzen von η und ϵ ist

$$(3) \qquad rel_y = \frac{Var(\eta)}{Var(y)} = \frac{Var(\eta)}{Var(\eta) + Var(\epsilon)}.$$

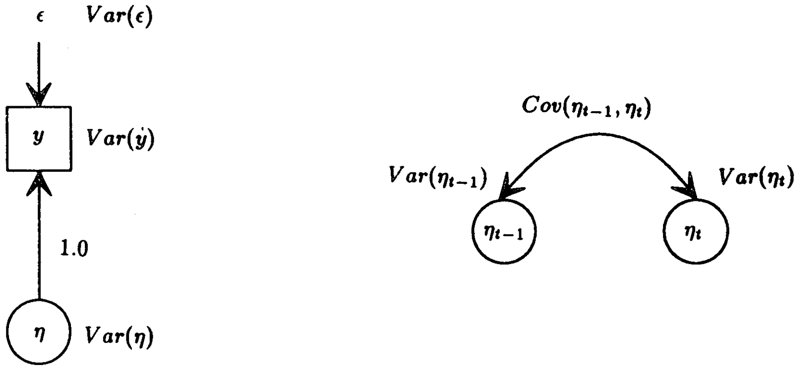
"Strukturgleichungstechnisch" ist die Reliabilität im sogenannten *Meßmodell* enthalten, in dem die Verbindungen zwischen den latenten Variablen (η und ϵ) und den beobachtbaren Variablen (y) dargestellt werden.

Als Stabilitätsindex (*stability*) soll im folgenden die Korrelation von zeitlich aufeinander folgenden "wahren Werten" η_{t-1} und η_t dienen:

$$(4) \qquad stability = \frac{Cov(\eta_t, \eta_{t-1})}{\sqrt{Var(\eta_t) \cdot Var(\eta_{t-1})}} = r_{\eta_t, \eta_{t-1}}.$$

Die Stabilität ist im Rahmen von Strukturgleichungsmodellen in dem sogenannten *Strukturmodell* enthalten, in dem die Beziehungen zwischen den latenten Variablen (η−Variablen) formuliert werden. In Abbildung 1 werden Reliabilität und Stabilität im Rahmen von Strukturgleichungsmodellen graphisch veranschaulicht.

Abbildung 1: Reliabilität und Stabilität in Termini von Strukturgleichungsmodellen



Stabilität sagt also etwas über den Zusammenhang der "wahren Werte" über die Zeit aus. Reliabilität hingegen bezeichnet die "Qualität" der Messung einer beobachtbaren Variablen bzw. "wieviel" wahrer Wert in ihr enthalten ist. Ziel dieser Arbeit soll sein, Annahmen über Reliabilität und Stabilität in Panelmodellen in Strukturgleichungsmodellen formulier- und somit testbar zu machen.

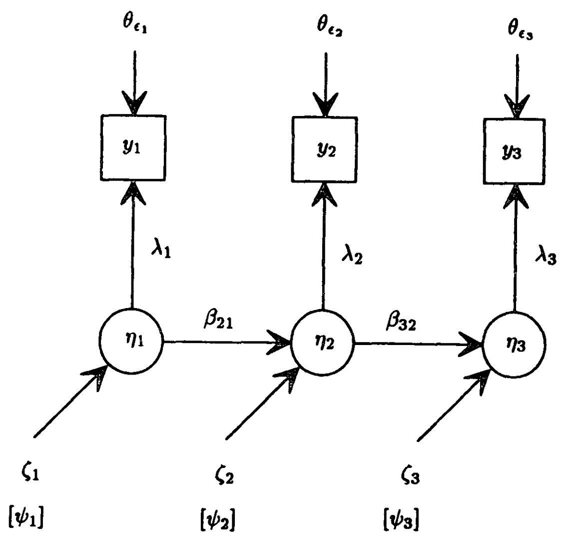
3. Die Modelle von Heise (1969) und Wiley/Wiley (1970)

Die Idee der Modellierung von Modellen mit latenten Variablen führte Ende der 60er Jahre zu zahlreichen Arbeiten, die sich mit den Möglichkeiten und Grenzen dieses Ansatzes befaßten. Angeregt durch die Annahmen der klassischen Testtheorie wurden Modelle entwickelt, die sich mit der Reliabilität und Stabilität in Panelmodellen befaßten. Im folgenden sollen zwei dieser Arbeiten vorgestellt und diskutiert werden.

3.1 Das Modell von Heise (1969)

Ausgehend von den Schwierigkeiten bei der Interpretation einer Test-Retest-Korrelation, die aufgrund der Konfundierung von Reliabilität und Stabilität entstehen, entwickelte Heise (1969) ein in pfadanalytischer Tradition (vgl. Wright 1934) stehendes Modell, das diese Konfundierung auflösen sollte. Während es im Fall von zwei Meßzeitpunkten, der klassischen Test-Retest-Situation also, nicht möglich ist, die Reliabilität und die Stabilität getrennt zu schätzen[4], so ist diese Schätzung — wie Heise (1969) zeigt — in einem Drei-Wellen-Modell durchführbar.[5] Ein den Arbeiten zugrundeliegendes Drei-Wellen-SIMUW-Modell ist in Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 2: Drei-Wellen-Modell



Die Annahme gleicher Reliabilitäten wird hier durch die Gleichsetzungsrestriktionen

(5) $$\lambda_{y_{11}} = \lambda_{y_{22}} = \lambda_{y_{33}} \quad \text{und}$$

(6) $$\theta_{\epsilon_1} = \theta_{\epsilon_2} = \theta_{\epsilon_3}$$

erreicht, d.h. die Variablen werden sowohl "gleich" durch die η- und ϵ- Variablen beeinflußt.

Die in diesem Modell zu schätzenden Parameter sind somit die Residualvarianzen der latenten Variablen η_2 und η_3 (ζ_2 und ζ_3), die "Stabilitäten" β_{21} und β_{32} ($\neq$ ***stability***), die Beeinflussungskoeffizienten zwischen den η-Variablen also, sowie jeweils ein Wert für die drei Beeinflussungskoeffizienten zwischen den $\eta-$ und $y-$Variablen λ_y und für die Fehlervarianzen θ_ϵ der beobachtbaren y-Variablen. Dieses Modell, für dessen Parameterschätzung von Heise die empirischen **Korrelationen** zwischen den beobachtbaren Variablen verwendet werden, wird von Jagodzinski/Kühnel (1987: 25) als "standardisiertes" Modell (in Abgrenzung zu dem "unstandardisierten" Modell von Wiley/Wiley (1970)) bezeichnet.

3.2 Das Modell von Wiley/Wiley (1970)

Wiley/Wiley (1970: 113) kritisieren das Modell von Heise in Hinblick auf (3), indem sie die Annahme gleicher Varianzen der "wahren Werte", die bei Heise implizit über (5) und (6) getroffen wird, problematisieren und die Prüfbarkeit der Annahme gleicher Reliabilitäten mit dem Modell von Heise in Frage stellen. Sie lassen dabei allerdings unberücksichtigt, daß im Fall der Analyse von Korrelationen die Varianzen der wahren Werte quasi "automatisch" gleich sind. Um dennoch — wieder unter pfadanalytischer Perspektive — wie Heise Reliabilitäten und Stabilitäten schätzen zu können, entwickelten Wiley/Wiley ein "Alternativmodell" zur Analyse von **Kovarianzen**.
In diesem Modell entspricht die Restriktion bezüglich der Meßfehlervarianzen θ_ϵ (6). Der Unterschied zu Heise besteht allerdings darin, daß bei Heise (6) unmittelbar aus der Annahme gleicher Varianzen der "wahren Werte" und gleicher Beeinflussungskoeffizienten λ_y zwischen den $\eta-$ und den $y-$Variablen folgt. Im Modell von Wiley/Wiley hingegen handelt es sich bei (6) jedoch konzeptuell um die Annahme gleicher Meßfehler[6)]. Für die Beeinflussungskoeffizienten der $\eta-$ auf die $y-$Variablen gilt hier folgende Setzung:

$$(7) \qquad \lambda_{y_{11}} = \lambda_{y_{22}} = \lambda_{y_{33}} = 1.0.$$

Die Varianz der latenten Variablen η_1 wird nicht, wie bei Heise, auf den Wert 1.0 fixiert, sondern ist frei zu schätzen — Folge des Ansatzes von Wiley/Wiley und letztendlich von (6) und (7).

3.3 Vergleich der beiden Modelle

Der Unterschied in der Parameterschätzung auf Grundlage der verschiedenen Modelle (vgl. Wiley/Wiley 1970: 115; Jagodzinski/Kühnel 1987: 237f.) ist aber **nicht** Folge der Verwendung dieser beiden Modelle, sondern **nur** des verwendeten Datenmaterials.
Analysiert man mit dem Modell von Wiley/Wiley eine Korrelationsmatrix, so ergeben sich im Vergleich zu Heise **identische** Parameterschätzungen — also ebenfalls numerisch gleiche Schätzungen für die Reliabilitäten und Stabilitäten.
Analysiert man mit dem Modell von Heise Kovarianzmatrizen, so finden sich (wiederum) die gleichen Parameterschätzungen wie bei Wiley/Wiley.
Zwischen den beiden augenscheinlich unterschiedlichen Modellen von Heise und Wiley/Wiley besteht also **kein** Unterschied — es handelt sich lediglich um zwei äquivalente Möglichkeiten der Skalierung der Varianzen der latenten Variablen (vgl. Jöreskog/Sörbom 1988). D.h., es ist mit beiden Modellen **nicht** möglich, bei der Analyse von Kovarianzmatrizen die Annahme gleicher Reliabilitäten zu testen.

4. Das eigentliche Problem

Das Problem, daß die Überprüfung gleicher Reliabilitäten bei Analyse von Kovarianzmatrizen mit diesen Modellen nicht möglich ist, wird schon von Wiley/Wiley (1970: 114) verdeutlicht: *"Since this model imposes no restrictions on the variance of the true scores, for three waves of observations there are three reliabilities to be estimated, not one."* Eine Implikation dieser Feststellung ist, daß es genausowenig möglich ist, die Annahme gleicher Stabilitäten zu formulieren. Um diesem Problem auf der Ebene von Strukturgleichungen näher zu kommen, soll im folgenden eine detaillierte Analyse des Drei-Wellen-Modells (vgl. Abbildung 2) vorgenommen werden.
Dieses Drei-Wellen-Modell wird durch die Strukturgleichungen des Meßmodells

$$\begin{aligned} y_1 &= \lambda_1 \cdot \eta_1 + \epsilon_1 \\ y_2 &= \lambda_2 \cdot \eta_2 + \epsilon_2 \\ y_3 &= \lambda_3 \cdot \eta_3 + \epsilon_3 \end{aligned} \tag{8}$$

sowie die des Strukturmodells

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \zeta_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21} \cdot \eta_1 + \zeta_2 \\ \eta_3 &= \beta_{32} \cdot \eta_2 + \zeta_3 \end{aligned} \tag{9}$$

beschrieben. Die Varianzen der beobachtbaren Variablen sind nach (2)

$$\begin{aligned} Var(y_1) &= Var(\eta_1) + Var(\epsilon_1) \\ Var(y_2) &= Var(\eta_2) + Var(\epsilon_2) \\ Var(y_3) &= Var(\eta_3) + Var(\epsilon_3). \end{aligned} \tag{10}$$

Die Varianzen der "wahren Werte" ergeben sich zu

$$\begin{aligned} Var(\eta_1) &= \psi_1 \\ Var(\eta_2) &= \beta_{21}^2 \cdot Var(\eta_1) + \psi_2 \\ &= \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2 \\ Var(\eta_3) &= \beta_{32}^2 \cdot Var(\eta_2) + \psi_3 \\ &= \beta_{32}^2 \cdot (\beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2) + \psi_3 \\ &= \beta_{32}^2 \cdot \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \beta_{32}^2 \cdot \psi_2 + \psi_3. \end{aligned} \tag{11}$$

Die Kovarianzen, die für die Berechnung der Stabilität notwendig sind, ergeben sich zu

$$\begin{aligned} Cov(\eta_1, \eta_2) &= \beta_{21} \cdot \psi_1 \\ Cov(\eta_2, \eta_3) &= \beta_{32} \cdot \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \beta_{32} \cdot \psi_2. \end{aligned} \tag{12}$$

Hier zeigen sich jetzt die Schwierigkeiten, die die Annahme gleicher Reliabilitäten und Stabilitäten mit sich bringt. Sollen z.B. die Reliabilitäten zu allen drei Meßzeitpunkten gleich sein ($rel_{y_{t_1}} = rel_{y_{t_2}} = rel_{y_{t_3}}$), so muß nach (3), und (10) und (11) folgende nichtlineare Gleichung gelten:

$$\frac{\psi_1}{\psi_1 + \theta_{\epsilon_1}} = \frac{\beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2}{\beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2 + \theta_{\epsilon_2}} = \frac{\beta_{32}^2 \cdot (\beta_{21}^2 \cdot \psi_2 + \psi_1) + \psi_3}{\beta_{32}^2 \cdot (\beta_{21}^2 \cdot \psi_2 + \psi_1) + \psi_3 + \theta_{\epsilon_3}}. \tag{13}$$

Sollen die Stabilitätsindizes zwischen Meßzeitpunkten gleich sein($\boldsymbol{stability}_{y_{t_1,t_2}}$ $= \boldsymbol{stability}_{y_{t_2,t_3}}$) ergibt sich nach (4), (11) und (12) wiederum eine nichtlineare Gleichung

$$\frac{\beta_{21} \cdot \psi_1}{\sqrt{\psi_1 \cdot (\beta_{21}^2 \psi_1 + \psi_2)}} = \frac{\beta_{32} \cdot \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \beta_{32} \cdot \psi_2}{\sqrt{(\beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2) \cdot (\beta_{32}^2 \cdot (\beta_{21}^2 \cdot \psi_2 + \psi_1) + \psi_3)}}. \tag{14}$$

An dieser Stelle wird deutlich, daß die Formulierung gleicher Reliabilitäten bzw. gleicher Stabilitäten voraussetzt, daß die Varianzen der "wahren Werte" bzw. die Kovarianzen zwischen ihnen gleich sind. Das heißt, daß

$$(15) \qquad Var(\eta_1) = Var(\eta_2) = Var(\eta_3) \text{ bzw.}$$

$$(16) \qquad \psi_1 = \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \psi_2 = \beta_{32}^2 \cdot \beta_{21}^2 \cdot \psi_1 + \beta_{32}^2 \cdot \psi_2 + \psi_3$$

gelten muß. Gleichung (15) ist **automatisch** erfüllt, wenn **Korrelationsmatrizen** analysiert werden. Werden jedoch **Kovarianzmatrizen** analysiert, so ist es ohne Erfüllung von (15) **nicht** möglich, Annahmen über gleiche Reliabilitäten bzw. Stabilitäten zu formulieren. In diesem Abschnitt konnte also gezeigt werden, daß es nicht reicht, die Beeinflussungskoeffizienten von den η auf die y einerseits und die Meßfehlervarianzen θ_ϵ andererseits gleichzusetzen, um gleiche Reliabilitäten zu erhalten. Ebenfalls gilt, daß durch Gleichsetzen der Beeinflussungskoeffizenten β zwischen den η keine gleichen Stabilitätskoeffizienten erreicht werden. Für die Analyse von Kovarianzmatrizen ist wesentlich, daß (15) gilt.

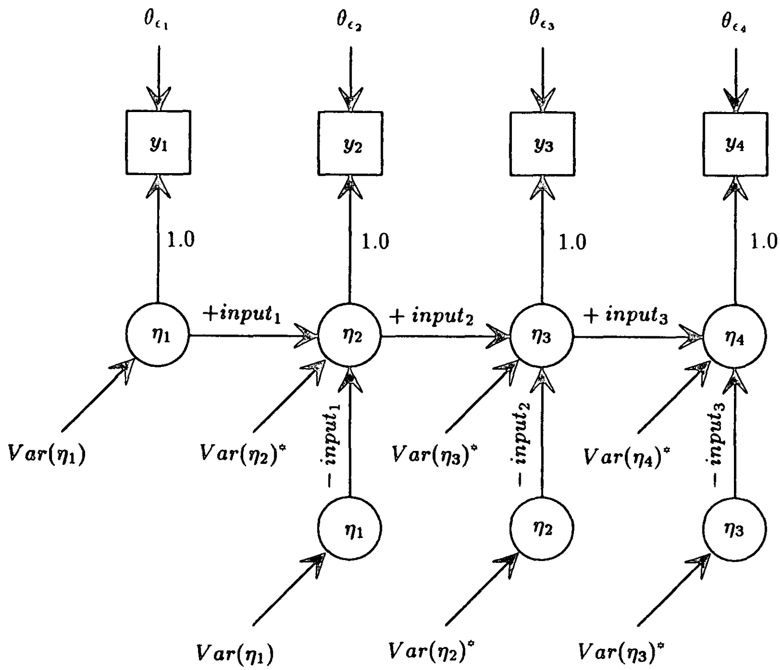
5. Ein allgemeines Modell

Die Lösung nichtlinearer Gleichungen wie (16) ist mithilfe bestimmter Restriktionen möglich (vgl. Rudinger/Andres/Rietz 1986). Die Formulierung der hier notwendigen Restriktionen kann im Rahmen von Strukturgleichungsmodellen durch die Verwendung sogenannter Phantom- oder Dummyvariablen (Rindskopf 1983, 1984) geleistet werden. Im folgenden soll ein von Rudinger/Rietz (1988) entwickeltes autoregressives Modell dargestellt werden, mit dem die Forderung nach **gleichen** Varianzen erfüllt werden kann.

5.1 Die Idee

Um Annahmen über gleiche Reliabilitäten bzw. Stabilitäten formulieren und testen zu können, müssen die Varianzen der latenten Variablen, und zwar auch der abhängigen, modellierbar sein, was ein generelles Problem beim Arbeiten mit SEM darstellt. Die Grundidee, mit der diese Modellierbarkeit gewährleistet werden kann, besteht darin, zu einem Meßzeitpunkt $t+1$ die Varianz der latenten Variablen des Meßzeitpunktes t abzuziehen und der latenten Variablen zum Meßzeitpunkt $t+1$ eine "neue" — kontrollierbare — Varianz $[Var(\eta_i)^*]$ zu geben. Dieses ist schematisch in Abbildung 3 dargestellt.

Abbildung 3: Schematisches Vorgehen zur Modellierung gleicher Varianzen der latenten Variablen



5.2 Modellspezifikation

Die Umsetzung der schematischen Darstellung des Modells in Abbildung 3 in ein Strukturgleichungsmodell ist in Abbildung 4 dargestellt.[7)]
In diesem Modell sind die folgenden Parameterrestriktionen vorzunehmen:

(17) $$\lambda_{y_{11}} = \lambda_{y_{22}} = \lambda_{y_{33}} = \lambda_{y_{44}} = 1.0$$

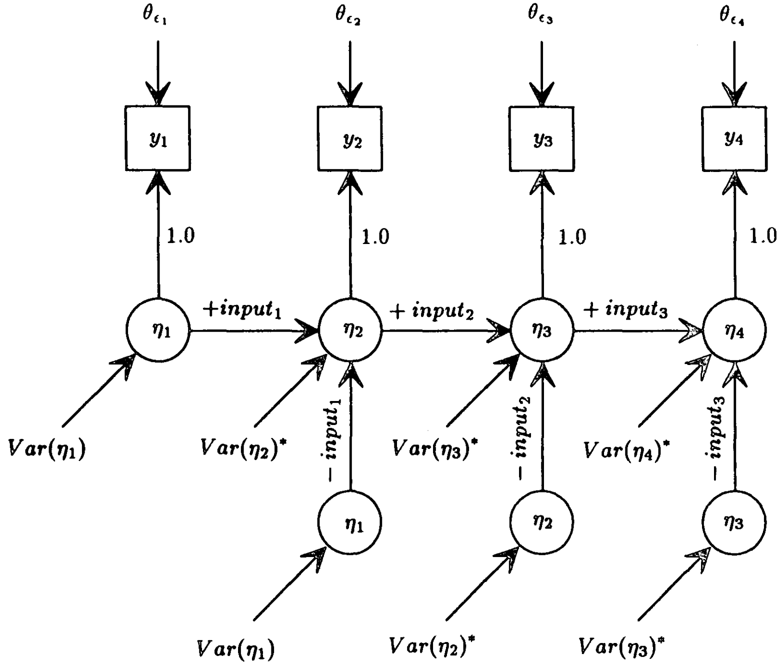
(18) $$\beta_{21} = \beta_{26}$$

(19) $$\beta_{32} = \beta_{37}$$

(20) $$\beta_{43} = \beta_{48}$$

(21) $$\beta_{15} = \beta_{69} = \beta_{7,10} = \beta_{8,11} = \beta_{2,12} = \beta_{3,13} = \beta_{4,14}$$

Abbildung 4: **Strukturgleichungsmodell mit der Möglichkeit der Modellierung gleicher Varianzen der latenten Variablen**



(22) $$\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = \psi_5 = \psi_6 = \psi_7 = \psi_8 = 0.0$$

(23) $$\psi_5 = \psi_{12} = \psi_{13} = \psi_{14} = 1.0$$

(24) $$\psi_9 = \psi_{10} = \psi_{11} = -1.0.$$

Welche Implikationen die Restriktionen in diesem auf den ersten Blick unübersichtlichen Modell haben, soll jetzt in Hinblick auf die Varianzen der latenten Variablen sowie Reliablität und Stabilität dargestellt werden.

5.3 Implikationen für die Varianzen der latenten Variablen

Betrachtet man jetzt — wie in (11) — die Varianzen der latenten Variablen, so ergeben sich unter Berücksichtigung der Gleichsetzungsrestriktionen in (18) bis (21) folgende Ausdrücke:

$$
\begin{aligned}
Var(\eta_1) &= \beta_{15}^2 \cdot (1.0) \\
&= \beta_{15}^2 \\
Var(\eta_2) &= \beta_{21}^2 \cdot (\beta_{15}^2 \cdot 1.0) + \beta_{2,12}^2 \cdot (1.0) + \beta_{26}^2 \cdot (\beta_{69}^2 \cdot (-1.0)) \\
&= \beta_{21}^2 \cdot \beta_{15}^2 + \beta_{15}^2 - \beta_{21}^2 \cdot \beta_{15}^2 \\
&= \beta_{15}^2 \\
Var(\eta_3) &= \beta_{32}^2 \cdot (\beta_{15}^2 \cdot 1.0) + \beta_{3,13}^2 \cdot (1.0) + \beta_{37}^2 \cdot (\beta_{7,10}^2 \cdot (-1.0)) \\
&= \beta_{32}^2 \cdot \beta_{15}^2 + \beta_{15}^2 - \beta_{32}^2 \cdot \beta_{15}^2 \\
&= \beta_{15}^2 \\
Var(\eta_4) &= \beta_{43}^2 \cdot (\beta_{15}^2 \cdot 1.0) + \beta_{4,14}^2 \cdot (1.0) + \beta_{48}^2 \cdot (\beta_{8,11}^2 \cdot (-1.0)) \\
&= \beta_{43}^2 \cdot \beta_{15}^2 + \beta_{15}^2 - \beta_{43}^2 \cdot \beta_{15}^2 \\
&= \beta_{15}^2 .
\end{aligned} \tag{25}
$$

Wie sich jetzt leicht sehen läßt, ist die Forderung nach gleichen Varianzen der latenten Variablen durch dieses Modell erfüllt.

5.4 Konsequenzen für Reliabilität und Stabilität

Die Annahme gleicher Varianzen in dem Modell aus Abbildung 4 läßt sich also über die Gleichssetzungsrestriktion

$$\beta_{15} = \beta_{2,12} = \beta_{3,13} = \beta_{4,14} = a \tag{26}$$

"erzwingen". Hieraus ergibt sich dann für die Varianzen der latenten Variablen

$$Var(\eta_1) = Var(\eta_2) = Var(\eta_3) = Var(\eta_4) = a^2. \tag{27}$$

Neben den Varianzen der latenten Variablen müssen ebenfalls die Fehlervarianzen — wenn man an der Modellierung der Annahme gleicher Reliabilitäten interessiert ist — gleichgesetzt werden:

$$Var(\epsilon_1) = Var(\epsilon_2) = Var(\epsilon_3) = Var(\epsilon_4) = c^2. \tag{28}$$

Für die Reliabilitäten zu jedem der vier Meßzeitpunkte ergibt sich somit durch Einsetzen in (3)

$$rel_y = \frac{a^2}{a^2 + c^2} \tag{29}$$

und somit immer der gleiche Reliabilitätskoeffizient. Ist man an der Überprüfung der Annahme gleicher Stabilitäten interessiert, so ist dies über die Restriktion

$$\beta_{21} = \beta_{32} = \beta_{43} = b \tag{30}$$

möglich und führt im Rahmen der Berechnung der Kovarianzen zwischen den latenten Variablen zu

$$Cov(\eta_t, \eta_{t+1}) = a \cdot b \cdot a = a^2 \cdot b \tag{31}$$

bzw. in Termini von Stabilitätskoeffizienten nach (4) zu

$$stability_{t,t+1} = \frac{a^2 \cdot b}{\sqrt{(a^2 \cdot a^2)}} = b. \tag{32}$$

Mithilfe des bisher entwickelten Modelles ist es also möglich, nicht nur die Annahme gleicher Reliabiliäten bzw. gleicher Varianzen der "wahren Werte" zu formulieren, sondern mit (30) können zusätzlich (simultan) Annahmen über gleichbleibende Stabilitäten über die Zeit in diesem Modell implementiert werden.

6. Abschließende Bemerkungen

Mit dem hier entwickelten allgemeinen SIMUW-Modell zur Analyse von Kovarianzstrukturen ist es nicht nur möglich, "Gleichheits"-Hypothesen über

— die Varianzen latenter Variablen,
— die Reliabilität der beobachtbaren Variablen sowie
— die Stabilitäten der latenten Variablen über die Meßzeitpunkte

zu formulieren und getrennt oder simultan zu testen, sondern eine Weiterentwicklung und Verallgemeinerung dieses Modells erlaubt das Testen von **Verlaufshypothesen** im Bereich der Varianzen der latenten Variablen, der Reliablitäten und der Stabilitäten. So ist es dann im Bereich von Mehr-Wellen-Modellen möglich, Hypothesen dergestalt zu formulieren, daß z.B.

1. die Varianzen der latenten Variablen kleiner werden,
2. die Reliabilitäten von Meßzeitpunkt zu Meßzeitpunkt ansteigen,
3. die Stabilitäten bis zu einem Meßzeitpunkt t_m größer werden und danach abfallen.

Ebenfalls lassen sich Modelle konstruieren, bei denen mehrere Parameter so restringiert werden, daß als Folge z.B. eine konstante Reliablität über die Zeit bei proportional zueinander ansteigenden Varianzen der latenten Variablen und Fehlervarianzen der beobachtbaren Variablen resultiert (vgl. Rudinger/Schneider/ Andres/Rietz 1989).
Unter Berücksichtigung latenter Mittelwerte z.B. bei latenten Wachstumskurvenmodellen (McArdle/Epstein 1987) oder auch im Rahmen von "Behavioral Genetics" (Dolan/Molenaar/Boomsma 1989) lassen sich über eine Erweiterung des beschriebenen Modells viele dieser Ansätze ebenfalls wieder unter ein allgemeineres SIMUW-Modell subsumieren, im dem zusätzlich noch Hypothesen über Mittelwerte inkorporiert werden können (vgl. Rietz 1988; Rudinger/Rietz/Andres 1990; Rudinger 1991; Rauh/Rudinger et. al. 1991; Rudinger/Rietz/Andres in Vorbereitung), wobei allerdings solche Modellierungen — wie bereits am Beispiel der beschriebenen Analyse von Kovarianzstrukturen deutlich geworden sein dürfte — aufgrund der Verwendung zahlreicher latenter Phantom-Variablen die Kapazität von Personal-Computern übersteigen.
Auf diesem Hintergrund bleibt abzuwarten, ob die durch inhaltliche Überlegungen begründeten und zur Hypothesenüberprüfung notwendigen "Tricks" bei den überarbeiteten Versionen der gängigen Software (LISREL 8.0; EQS 4.0) mit weniger Kunstgriffen programmierbar sein werden, wobei sich erste Realisierungen hierzu interessanterweise im Bereich der Nicht-Standard-Software in dem Programm MINILIS (Molenaar 1990) finden.

Anmerkungen

1) Prof. Dr. G. Rudinger, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Institut für Psychologie, Abteilung Methodenlehre & EDV, Römerstraße 164, W-5300 Bonn 1.
2) Dipl. Psych. C. Rietz, Technische Universität Berlin, Institut für Psychologie, Abteilung Quantitative Methodenlehre, Dovestr. 1-5, W-1000 Berlin 10.
3) Die Terminologie, die im weiteren verwendet wird, orientiert sich an dem LISREL-Submodell 3B (vgl. Jöreskog/ Sörbom 1988: 158). Dieses Modell umfaßt nur latente und beobachtbare Variablen ohne die (mathematisch über-

flüssige) Differenzierung in unabhängige und abhängige Variablen.
4) Das Problem der Schätzung von Reliabilität und Stabilität im Fall von zwei Meßzeitpunkten besteht darin, daß diese beiden Parameter nicht getrennt schätzbar bzw. das Modell nicht identifiziert ist. Bei einer pfadanalytischen Effektdekomposition ergibt sich nämlich für $r_{y_t,y_{t-1}} = stability \cdot rel_{y_t} \cdot rel_{y_{t-1}}$.
5) Aus Sicht des an einem Modelltest Interessierten haben das in diesem und im nächsten Abschnitt dargestellte Modell das Manko, daß sie nicht testbar sind, sondern lediglich die empirische Datenmatrix rekonstruieren. Solche Modelle werden als "just identified" bezeichnet. Der Schritt von einem die Daten perfekt rekonstruierenden zu einem "testenden" Modell wäre allerdings bei Implementation einiger über die Ansätze von Heise (1969) und Wiley/Wiley (1970) hinausgehender Restriktionen möglich.
6) Eine theoretische Begründung dieser Annahme findet sich jedoch nach Meinung der Autoren nicht in den Ausführungen von Wiley/Wiley. Hier drängt sich der Verdacht auf, daß es sich um eine willkürliche Restriktion handelt, die den Status des Modells als "just identified" gewährleisten soll.
7) Daß es sich hier um ein Vier-Wellen-Modell handelt, liegt daran, daß dieses Modell dadurch nicht mehr "nur" just-identified, sondern testbar ist. Selbstverständlich läßt sich dieses Modell auch in Analogie zu Heise (1969) und Wiley/Wiley (1970) als Drei-Wellen-Modell formulieren, wodurch sich an den Eigenschaften dieses Modell nichts verändert.

Literatur

Andres, J., 1990: Grundlagen Linearer Strukturgleichungsmodelle. Frankfurt: Lang.

Bielby, W.T./Hauser, R.M., 1977: Structural equation models. Annual Review of Sociology, 3: 137-161.

Blalock, H.M., 1971: Causal models in the social sciences. Chicago: Aldine Publishing Co.

Coleman, J.S., 1968: The mathematical study of change. S. 428-478. In H.M. Blalock/A.B. Blalock (Eds.), Methodology in social research. New York: McGraw-Hill.

Dolan, C.V./Molenaar, P.C./Boomsma, D.I., 1989: LISREL analysis of twin data with structured means. Behavioral Genetics, 19: 51-62.

Green, D.P./Palmquist, B.L., 1991. More "tricks of the trade": Reparameterizing LISREL models using negative variances. Psychometrika, 56: 137-145.

Heise, D.R., 1969: Separating reliability and stability in test-retest-correlations. American Sociological Review, 34: 93-101.

Jagodzinski, W./Kühnel, S.M., 1987: Single-indicator multiple-wave models. Sociological Methods & Research, 15(3): 218-258.

Jöreskog, K.G./Sörbom, D., 1988: Lisrel VII — A guide to the program and applications. Chicago: SPSS Inc.

Lord, F.M./Novick, M.R., 1968: Statistical theories of mental test scores. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

McArdle, J.J./Epstein, D., 1987: Latent growth curves within developmental structural equation models. Child Development, 58: 110-133.

Molenaar, P.C., 1990: MINILIS. Amsterdam: Free University of Amsterdam.

Rauh, H./Rudinger, G. et al., 1991: The development of down syndrom children. S. 299-328. In M.E. Lamb/H. Keller (eds.), Infant development: Perspectives from german speaking countries. N.J.: Lawrence Erlbaum.

Rietz, C., 1988: Latente Wachstumskurven: Theorie und empirische Studien am Beispiel der Intelligenzentwicklung im Alter. Diplomarbeit. Universität Bonn.

Rindskopf, D., 1983: Parameterizing inequality constraints on unique variances in linear structural models. Psychometrika, 48: 73-88.

Rindskopf, D., 1984: Using phantom variables and imaginary latent variables to parametrize constraints in linear structural models. Psychometrika, 49: 37-47.

Rudinger, G., 1991: Differentiell-psychologische Konzepte differenziert betrachtet: Trait-state; consistency-coherence-change-chance; genetics-environment. Handout zu einem Vortrag auf der 1. Arbeitstagung für Psychologie und Persönlichkeitsforschung in Heidelberg.

Rudinger, G./Rietz, C., 1988: Testing hypothesis about stability and reliability in autoregressive models by linear structural equation technique. Bonner Methodenberichte, 5(2). Bonn: Universität Bonn.

Rudinger, G./Andres, J./Rietz, C., 1986: Structure of change and changes of struture in longitudinal designs. Paper presented at the International Conference in Longitudinal Methodology. Budapest.

Rudinger, G./Andres, J./Rietz, C., 1991: Structural equation models for studying intellectual development. S. 308-322. In D. Magnusson/L.R. Bergman/G. Rudinger/B. Törestad (eds.), Problems and methods in logitudinal research. Cambridge: Cambridge University Press.

Rudinger, G./Rietz, C./Andres, J., 1990: Stabilität und Reliabilität in Panelanalysen: Korrelation, Kovarianzen, Mittelwerte und die Folgen. Handout zu einem Vortrag bei der Herbsttagung der AG Strukturgleichungsmodelle in Gießen.

Rudinger, G./Rietz, C./Andres, J., in Vorbereitung: Die Analyse von Längsschnittdaten mit Strukturgleichungsmodellen.

Rudinger, G./Schneider, W./Andres, J./Rietz, C., 1989: Structural equation models for studying intellectual development. Paper presented at European Science Foundation's 2nd workshop on methodological issues in longitudinal research: Stability and change. Oslo, 2.-5. April, 1989.

Wheaton, B./Muthen, D./Alwin, E./Summers, G.F., 1978: Assessing reliability and stability in panel models. S. 84/136. In D.R. Heise (ed.), Sociological Methodology. San Francisco: Jossey-Bass.

Wright, S., 1934: The method of path coefficients. Annals of Mathematical Statistics, 5: 161-215.

Wiley, D.E./Wiley, J.A., 1970: The estimation of measurement error in panel data. American Sociological Review, 35: 112-117.